



## 基于韦伯分布函数的低复杂度变步长符号算法

张瑞<sup>1</sup>, 史故臣<sup>2</sup>, 刘半藤<sup>1</sup>, 陈友荣<sup>1,3</sup>

(1. 浙江树人大学信息科技学院, 浙江 杭州 310015;

2. 杭州中威电子股份有限公司, 浙江 杭州 310012;

3. 常州大学信息科学与工程学院, 江苏 常州 213164)

**摘要:** 针对 OFDM 系统中传统信道估计算法在冲击噪声环境中性能急剧下降的问题, 提出了一种基于韦伯分布函数的稳健型变步长符号算法进行信道估计。在深入研究冲击噪声特性及韦伯分布函数性质的基础上, 提出了采用估计误差绝对值的韦伯分布函数控制步长的低复杂度变步长符号算法。该算法在利用传统符号算法稳健性的基础上, 采用估计误差的韦伯分布函数动态地改变迭代符号算法的步长, 从而能够以较低的复杂度提高变步长符号算法在冲击噪声环境中的收敛速度。算法复杂度分析及仿真结果表明, 在冲击噪声环境下所提算法相较于传统自适应滤波信道估计算法能够以更低的复杂度、更快的收敛速度达到相同的信道估计均方误差。

**关键词:** 冲击噪声; 信道估计; 韦伯分布函数; 变步长; 符号算法

**中图分类号:** TN929.5

**文献标识码:** A

**doi:** 10.11959/j.issn.1000-0801.2018223

## Low-complexity variable step-size sign algorithm based on Weibull distribution function

ZHANG Rui<sup>1</sup>, SHI Guchen<sup>2</sup>, LIU Banteng<sup>1</sup>, CHEN Yourong<sup>1,3</sup>

1. College of Information Science and Technology, Zhejiang Shuren University, Hangzhou 310015, China

2. Joyware Electronics Co., Ltd., Hangzhou 310012, China

3. School of Information Science and Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China

**Abstract:** The performance of the traditional second-order statistics based channel estimation methods degrade seriously in the presence of impulsive noises. In order to deal with this problem, a Weibull distribution function based variable step-size sign algorithm for channel estimation under impulsive noises was proposed. The proposed method was robust against impulsive noises and it could improve the convergence speed of the sign algorithm with the Weibull distribution function based variable step-size method. Computational complexity analysis and simulation results demonstrate that the proposed algorithm can achieve the same steady-state estimation error with faster convergence speed and lower computational complexity.

**Key words:** impulsive noise, channel estimation, Weibull distribution function, variable step-size, sign algorithm

收稿日期: 2017-11-20; 修回日期: 2018-07-30

基金项目: 浙江省公益性技术应用研究计划项目 (No.LGG18F010008, No.2016C33038, No.LGF18F010005); 浙江省教育厅一般科研项目 (No.Y201636853); 国家自然科学基金资助项目 (No.61501403)

**Foundation Items:** Public Projects of Zhejiang Province (No.LGG18F010008, No.2016C33038, No.LGF18F010005), Education Department Foundation of Zhejiang Province (No.Y201636853), The National Natural Science Foundation of China (No.61501403)



## 1 引言

正交频分复用 (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) 技术通过将信道分成许多相互正交的子载波进行并行传输, 可以提高数据传输速率、频带利用率。OFDM 已经广泛应用于数字视频广播系统、无线局域网以及 4G 移动通信系统等多种无线通信系统, 并有望被继续沿用到 5G 移动通信系统<sup>[1-3]</sup>。信道估计<sup>[4-5]</sup>是 OFDM 通信系统中的关键技术之一, 信道状态信息会应用于资源分配、预编码、干扰消除、信号检测等各个方面, 准确的信道估计结果直接影响到整个系统的通信质量。

根据是否需要导频信号, 可以将信道估计算法分为基于导频的信道估计算法、盲信道估计算法和半盲信道估计算法。由于盲信道估计算法和半盲信道估计算法通常需要信道的统计特性且计算复杂度高、收敛速度慢, 因而很难应用于实际的通信系统中。在基于导频的信道估计算法主要有最小二乘 (least square, LS)<sup>[6]</sup>、最小均方误差 (minimum mean square error, MMSE)<sup>[7]</sup>、线性最小均方误差 (linear minimum mean square error, LMMSE)<sup>[8]</sup>等。其中, LS 估计算法结构简单、易于实现, 但信道估计准确度不高; MMSE 估计算法的估计精度较高, 然而由于存在矩阵求逆运算, 计算复杂度高, 因而限制了其在实际应用中的推广。针对这一问题, 通过将信号变换到频域, 利用奇异值分解可得到一种低秩的信道估计算法, 即 LMMSE 算法。此外, 还有基于离散傅里叶变换 (discrete Fourier transform, DFT)<sup>[9]</sup>和基于离散余弦变换 (discrete cosine transform, DCT)<sup>[10]</sup>的信道估计方案, 在保证估计性能的同时有效地降低了信道估计的实现复杂度。由于自适应滤波算法计算复杂度低且能够根据系统的输入与输出结果动态地跟踪信道参数的变化并调整信道估计结

果, 因此基于自适应滤波的信道估计算法<sup>[11-14]</sup>能够提供更实时精确的信道估计结果。目前大多数的信道估计算法都是基于最小二乘和最小均方误差准则等二阶统计量来设计的信道估计算法。这类基于二阶统计特性的代价函数在数学上容易处理且计算简单, 在高斯噪声环境下能够取得很好的性能。然而在实际的无线通信系统中, 由于多用户干扰、低频大气噪声 (如雷暴、闪电等) 等人为或自然因素的干扰, 环境噪声可能表现出一定的冲击特性<sup>[15-16]</sup>, 噪声幅度较大且出现时间不可预测。由于冲击噪声的二阶统计量不存在, 这将导致基于二阶统计量的估计方法在冲击噪声环境下性能急骤下降甚至失效。

为了避免自适应滤波算法在冲击噪声环境中性能急剧下降, 参考文献[17]提出了基于  $L_p$  ( $1 \leq p < 2$ ) 范数的最小平均  $L_p$  范数 (least mean  $L_p$  norm, LMP) 自适应滤波算法, 能够有效抑制冲击噪声的影响。其中, 基于误差  $L_1$  范数最小化的符号算法 (sign algorithm, SA) 在计算过程只涉及误差信号的符号函数, 因而算法十分顽健且算法复杂度低, 易于实现。然而 SA 算法的缺点是收敛速度较慢, 而算法收敛速度慢则意味着需要更多的导频信号, 这样会降低系统的传输效率。自适应变步长方法根据估计结果不断地调整迭代步长, 因此能够有效地提升自适应滤波算法的收敛速度。参考文献[18]提出的双参数符号算法 (dual sign algorithm, DSA) 采用两个迭代步长的方法解决自适应滤波算法收敛速度和稳态收敛精度的矛盾。参考文献[19]提出的仿射投影符号算法 (affine projection sign algorithm, APSA) 能够提高输入信号相关性较强时符号算法在冲击噪声环境中的收敛速度。然而由于基于仿射投影的算法需要进行多次向量运算, 这个算法收敛速度的提升是以提高算法复杂度为代价实现的。参考文献[20]提出的基于梯度向量的变步长符号算法 (variable

step-size sign algorithm, VSSA) 根据平滑梯度向量的模值动态地调整迭代步长。近年来, 参考文献[21]提出了近似最优步长的变步长符号算法(variable step size sign algorithm, VSS-SA) 通过最小化均方偏差(mean square deviation, MSD) 能够实现近似最优的收敛性能, 然而由于该算法在调整迭代步长时需要估计噪声方差及检测系统参数突变, 因此算法实现过程复杂、计算复杂度很高。

目前大多数变步长符号算法为了抑制冲击噪声对算法性能的影响, 都涉及复杂的向量或者矩阵运算, 因而算法复杂度较高。大多数针对高斯噪声环境下的变步长自适应滤波算法只涉及对标量误差的运算, 因此算法复杂度较低。然而由于冲击噪声环境下, 直接采用误差函数对迭代步长进行调整可能会导致迭代步长发生突变导致算法不能收敛。为了减少冲击噪声环境下调整迭代步长的计算复杂度, 本文将采用误差绝对值的韦伯分布函数来抑制冲击噪声(或较大异常值)对误差的影响, 此外为了减小误差波动对算法的影响, 采用误差绝对值的韦伯分布函数的指数加权平均来动态地调整迭代步长。所提算法能够以较低的计算复杂度实现自适应滤波算法在冲击噪声环境下的快速收敛, 从而减小信道估计所需的导频信号数量。

## 2 系统模型

假设 OFDM 系统的输入导频信号  $X_i = [x_i, x_{i-1}, \dots, x_{i-M+1}]$  经过一个未知的无线信道  $W^*$  得到信号  $y_i = W^* X_i$ , 由于存在环境噪声  $n_i$  的影响, 在  $i$  时刻实际测量到的系统输出信号可以表示为:

$$d_i = W^* X_i + n_i \quad (1)$$

目前大多数研究都假设环境噪声  $n_i$  服从高斯分布, 然而实际生活环境中的噪声常常具有显著的短时大幅度尖峰脉冲特性, 如无线通信中的多用户干扰、低频大气噪声(如雷暴、闪

电等)、声纳及潜艇通信中的水声冲击噪声以及其他自然或者人为的电磁冲击噪声等。由于这类噪声具有显著的尖峰脉冲特性, 因而它不适合用高斯分布来建模, 而需要具有更长拖尾的概率分布来描述。作为非高斯脉冲噪声的理想数学模型, Alpha 稳定分布满足这样一种特性, 因而在信号处理领域引起人们的广泛关注。本文采用 Alpha 稳定分布来建模此类非高斯冲击噪声。

Alpha 稳定分布的概率密度函数并没有一个统一的封闭表达式, 通常用它的特征函数来表示, 若随机变量  $x$  的特征函数满足<sup>[22]</sup>:

$$\varphi(x) = \begin{cases} \exp(j\delta x - \gamma|x|^\alpha (1 + j\beta \text{sign}(x) \tan(\frac{\alpha\pi}{2}))), & \alpha \neq 1 \\ \exp(j\delta x - \gamma|x|^\alpha (1 + j\beta \text{sign}(x) \ln|x|)), & \alpha = 1 \end{cases} \quad (2)$$

则称  $x$  服从 Alpha 稳定分布, 记作  $x \sim S(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ 。其中  $\text{sign}(\cdot)$  是符号函数,  $\alpha$  是特征指数,  $\beta$  是对称参数,  $\gamma$  是比例参数,  $\delta$  是位置参数。特征指数  $\alpha$  表征分布的冲击程度, 其范围限制在  $0 < \alpha \leq 2$ ,  $\alpha$  越小, 则稳定密度分布函数的尾巴拖得更长, 脉冲越明显; 当  $\alpha$  值增大时, 概率密度的分布的拖尾厚度减小。当  $\alpha = 2$  时是高斯分布, 即高斯分布是 Alpha 稳定分布的一种特殊情况。对称参数  $\beta$  表征概率分布的扭曲程度, 其范围限制在  $-1 \leq \beta \leq 1$ , 当  $\beta = 0$  时, Alpha 稳定分布是对称分布, 称为对称 Alpha 稳定分布(symmetric alpha stable, SaS)。比例参数  $\gamma$  也称为分散系数, 其范围限制在  $\gamma > 0$ , 表征稳定分布变量偏离其均值的程度, 其意义与高斯分布的方差类似。位置参数  $\delta$  的范围限制在  $-\infty \leq \delta \leq \infty$ , 当  $0 < \alpha < 1$  时移位参数  $\delta$  代表变量  $x$  的中值, 当  $1 < \alpha \leq 2$  时移位参数  $\delta$  代表变量  $x$  的均值。为了直观感受冲击噪声与高斯噪声的区别, 通过 MATLAB 仿真不同参数下的 Alpha 稳定噪声序列, 仿真结果如图 1 所示。

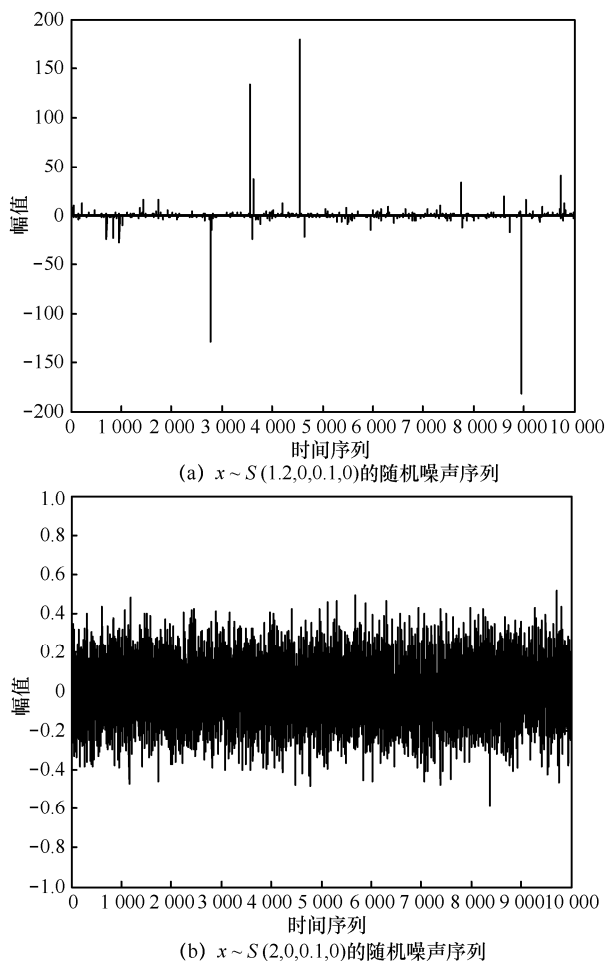


图1 不同参数下的 Alpha 稳定噪声

### 3 基于顽健自适应滤波的信道估计算法

由于具有大幅度脉冲特性 Alpha 稳定分布噪声不存在有限的二阶矩, 因此在冲击噪声环境中基于最小均方误差 (minimum mean square error, MMSE) 准则的自适应滤波算法性能急剧下降甚至失效。基于误差  $L_1$  范数最小化的符号算法 (sign algorithm, SA) 能够有效抑制冲击噪声的影响, 而且在计算过程只涉及误差信号的符号函数, 算法十分顽健且算法复杂度低易于实现, 其权值迭代更新计算式可以表示为:

$$W_{i+1} = W_i + \mu \text{sign}(e_i) X_i \quad (3)$$

其中,  $\mu$  表示算法在每次迭代中的固定步长,  $e_i = (W^* - W_i)^T X_i + n_i$  表示第  $i$  次迭代的输出误差, 是估

计误差  $(W^* - W_i)^T X_i$  与噪声误差  $n_i$  之和。固定步长  $\mu$  较大时收敛速度较快, 但稳态误差较大, 而固定步长较小时虽然能得到较小的稳态误差, 但算法收敛速度很慢。固定步长很难在算法的收敛速度和稳态误差之间取得较好的折中, 因此期望在算法的初始阶段设置较大的迭代步长以增加收敛速度, 当算法趋于收敛时减小迭代步长以取得较小的稳态误差。

在高斯噪声环境下, 变步长一般设置为输出误差的单调递减函数, 随着误差的减小而减小。然而在冲击噪声环境中, 由于大幅度的脉冲噪声会严重干扰输出误差的变化, 从而导致迭代步长突然增大, 影响算法正常收敛过程, 甚至因迭代步长突变过大而导致算法无法收敛。为了减少冲击噪声的不利影响, 大多数针对冲击噪声环境的变步长算法都采用复杂的向量运算或多次平滑滤波的方法。这些方法虽然能够减小冲击噪声的影响, 但运算复杂且运算量较大。为了减少冲击噪声环境下调整迭代步长的算法复杂度, 提高信道估计算法的收敛速度, 本文提出了基于韦伯分布函数的低复杂度变步长符号算法。

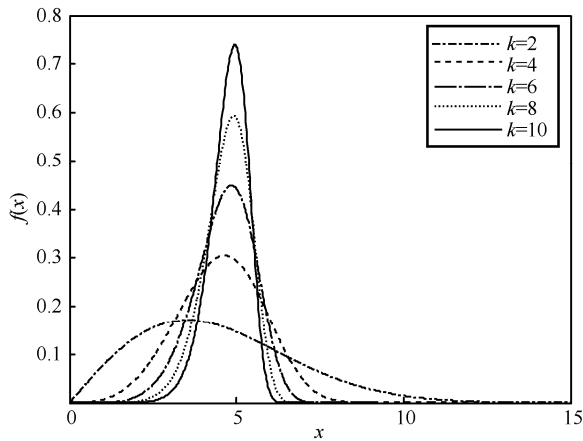
#### 3.1 韦伯分布函数

韦伯分布是可靠性系统常用的分布之一, 它主要应用于电子元件、器件、设备、系统等使用寿命问题。从概率论和统计学角度看, 韦伯分布是连续性的概率分布, 其概率密度为:

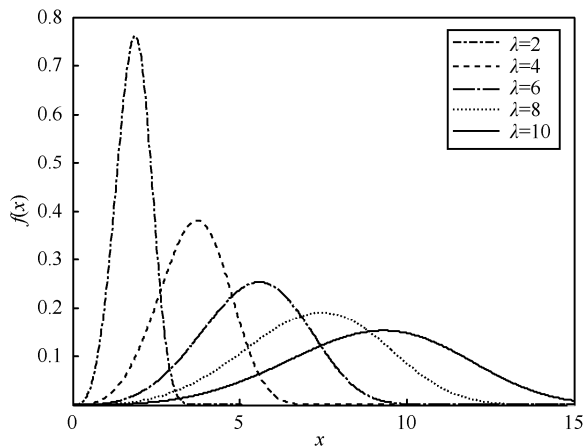
$$f_{wb}(x; \lambda, k) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k\right), & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $\lambda > 0$  是比例参数,  $k > 0$  是形状参数。形状参数是韦伯分布中最重要的参数, 它的取值决定了密度函数曲线的形状, 当  $k=1$  时它是指数分布, 当  $k=2$  时它是瑞利分布。不同参数对韦伯分布概率密度函数曲线的影响如图 2 所示。由图 2 (a) 可以看出, 在  $k > 1$  时, 韦伯分布概率密度函数随

着  $x$  逐渐增大而后减小并最终趋于 0, 其曲线呈现一个单峰, 其峰值随着  $k$  值的增加而增大。由图 2 (b) 可以看出, 在  $k=2$  时, 韦伯分布概率密度函数曲线的峰值随着比例参数的增大而降低, 函数的峰值的位置随着比例参数的增大而不断右移, 图像趋于扁平。



(a)  $\lambda=5$  时, 形状参数  $k$  对概率密度曲线的影响



(b)  $k=4$  时, 比例参数  $\lambda$  对概率密度曲线的影响

图 2 不同参数对韦伯分布概率密度曲线的影响

由图 2 可以看出, 无论形状参数及比例参数如何取值, 韦伯分布概率密度函数都会先随着变量  $x$  的增大而增大, 然后随着变量  $x$  的增大而逐渐减小并最终趋于 0。韦伯分布的概率密度函数值随着  $x$  的增大而逐渐趋于 0 的特性使其能够将大幅度冲击噪声抑制到很小的幅度。采用韦伯分布的概率密度函数调整自适应滤波算法的迭代步长, 可以避免大幅度冲击噪声剧烈改变迭代步长

而导致算法不能收敛的问题, 提高自适应滤波算法在信道估计中的顽健性。另一方面, 对于形状参数  $k > 1$  的韦伯分布概率密度函数, 其曲线在原点附近随着变量  $x$  的减小而逐渐减小并最终趋于 0。这样的特性使得韦伯分布概率密度函数可以在非冲击噪声环境中使自适应滤波算法的步长随着估计误差的减小而减小, 使算法的估计误差收敛到较小的稳态精度。因此, 可以根据初始误差的大小选择合适的比例参数, 使得自适应滤波算法在初始阶段采用最大的变步长进行算法迭代, 并随着估计误差的减小而逐渐减少。

### 3.2 变步长符号算法

在冲击噪声环境中, 符号算法的迭代步长不但要能够在正常输出误差范围内随着输出误差的减小而减小, 而且还要在输出误差受到大幅冲击噪声干扰时抑制步长的变化以避免冲击噪声对算法收敛性能的影响。受韦伯分布概率密度函数特性的启发, 本文采用输出误差的形状参数  $k > 1$  的韦伯分布概率密度函数调整符号算法的迭代步长, 提出基于韦伯分布的低复杂度顽健型符号算法。

由于符号算法的迭代步长只与输出误差的绝对值有关, 因此本文采用输出误差绝对值的韦伯分布概率密度函数来调整符号算法的迭代步长。此外, 为了进一步减小输出误差的随机波动对迭代步长的影响, 本文对输出误差绝对值的韦伯分布概率密度函数进行平滑处理。本文所提的基于韦伯分布的低复杂度顽健型变步长符号算法可以表示为:

$$\mu_i = \theta \mu_{i-1} + (1 - \theta) f_{wb}(|e_i|; \lambda, k) \quad (5)$$

$$W_{i+1} = W_i + \mu_i \text{sign}(e_i) X_i \quad (6)$$

其中,  $\theta$  ( $0 < \theta < 1$ ) 是一个小于 1 但接近于 1 的平滑因子,  $f_{wb}(|e_i|; \lambda, k)$  是形状参数  $k > 1$ 、比例参数  $\lambda > 0$ 、输入变量为  $|e_i|$  的韦伯分布概率密度函数。通过调整韦伯分布概率密度函数  $f_{wb}(|e_i|; \lambda, k)$  的参数可以



有效抑制大幅度的冲击噪声对迭代步长的影响；当输出误差在合理误差范围内时，使迭代步长随着输出误差的减小而减小。平滑因子  $\theta$  越大，上一时刻的输出误差  $e_i$  对当前时刻迭代步长  $\mu_i$  的影响越小。较大的平滑因子  $\theta$  有利于减小迭代步长的波动，但同时会降低系统的追踪能力，即当系统参数发生突变时不能及时调整迭代步长。基于变步长算法的自适应信道估计算法原理如图 3 所示。

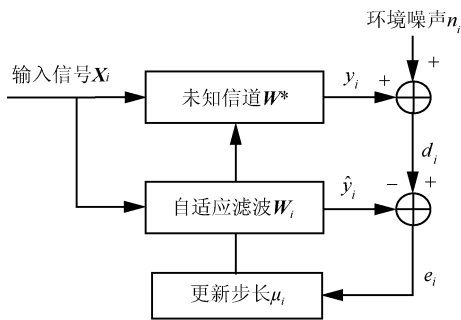


图 3 变步长自适应信道估计算法原理

### 3.3 步长分析

通常设  $\mu_0 = 0$ ，则式 (5) 中的迭代步长可重写为：

$$\mu_i = (1 - \theta) \sum_{j=1}^{i-1} \theta^{i-j} f_{wb}(|e_j|; \lambda, k) \quad (7)$$

当形状参数  $k > 1$  时，对韦伯分布概率密度函数  $f_{wb}(|e_i|; \lambda, k)$  求导并使其为 0，即：

$$f'_{wb}(|e_i|; \lambda, k) = 0 \quad (8)$$

可以求得当：

$$|e_i| = \lambda \sqrt[k]{\frac{k-1}{k}} \quad (9)$$

时，韦伯分布概率密度函数  $f_{wb}(|e_i|; \lambda, k)$  的最大值为：

$$\max f_{wb}(|e_i|; \lambda, k) = \frac{k}{\lambda} \left( \frac{k-1}{k} \right)^{\frac{k-1}{k}} \exp\left(-\frac{k-1}{k}\right) \quad (10)$$

通常可以根据式 (10) 及初始的估计误差选择合适的形状参数  $k$  和比例参数  $\lambda$ ，使变步长达到

最大，从而使变步长符号算法能够以较快速度收敛到稳定状态。

由于  $0 < \frac{k-1}{k} < 1$ ，所以：

$$\max f_{wb}(|e_i|; \lambda, k) < \frac{k}{\lambda} \exp(-1) \quad (11)$$

此外，本文将输出误差的绝对值作为韦伯分布概率密度函数的输入变量，因此：

$$f_{wb}(|e_i|; \lambda, k) = \frac{k}{\lambda} \left( \frac{|e_i|}{\lambda} \right)^{k-1} \exp\left(-\left(\frac{|e_i|}{\lambda}\right)^k\right) > 0 \quad (12)$$

通过以上分析可知， $f_{wb}(|e_i|; \lambda, k)$  是有界的正数，为：

$$0 < f_{wb}(|e_i|; \lambda, k) < \frac{k}{\lambda} \exp(-1) \quad (13)$$

由于步长  $\mu_i$  是  $f_{wb}(|e_i|; \lambda, k)$  的指数加权平均，于是可以得到步长的变化范围为：

$$0 < \mu_i < \frac{k}{\lambda} \exp(-1) \quad (14)$$

因此，只要选择合适的形状参数  $k$  和比例参数  $\lambda$ ，就可以保证变步长符号算法能够以较快的收敛速度达到较小的稳态精度。

假设当  $i \geq N$  时算法趋于收敛，此时估计误差远小于噪声误差，变步长也趋于一个常量：

$$\mu_N = (1 - \theta^{N-1}) E[f_{wb}(|n_i|; \lambda, k)] \quad (15)$$

通常  $\theta^{N-1} \ll 1$ ，因此：

$$\mu_N = E[f_{wb}(|n_i|; \lambda, k)] \quad (16)$$

### 3.4 复杂度分析

自适应滤波算法在每一次迭代更新中都会涉及相应的加法及乘法运算，迭代更新过程中的运算次数称为计算复杂度。由于乘法的复杂度远高于加法的复杂度，因此通常用迭代更新过程中的乘法运算次数来表征计算复杂度。为了抑制冲击噪声的影响，目前大多数自适应变步长符号算法都涉及向量或矩阵运算。各种算法步长更新计算

表 1 各种算法步长更新计算式及复杂度

| 算法                   | 步长更新计算式                                                                                                                                                             | 算法复杂度        |
|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| DSA <sup>[18]</sup>  | $\mu_i = \begin{cases} \text{sign}(e_i),  e_i  \leq \tau \\ \eta \text{sign}(e_i),  e_i  > \tau \end{cases}$                                                        | $2L + 1$     |
| APSA <sup>[19]</sup> | $\mu_i = \frac{\mu}{\sqrt{\text{sign}(e_i^T) X_i^T X_i \text{sign}(e_i)}}$                                                                                          | $(M + 3)L$   |
| VSSA <sup>[20]</sup> | $\begin{cases} \hat{p}_i = \theta \hat{p}_{i-1} + (1 - \theta) \text{sign}(e_i) X_i \\ \mu_i = \phi \mu_{i-1} + \gamma_s \ \hat{p}_i\ ^2 \end{cases}$               | $5L + 4$     |
| 提出算法                 | $\mu_i = \theta \mu_{i-1} + (1 - \theta) \frac{k}{\lambda} \left( \frac{ e_i }{\lambda} \right)^{k-1} \exp \left( - \left( \frac{ e_i }{\lambda} \right)^k \right)$ | $2L + k + 5$ |

式及复杂度对比见表 1, 其中  $L$  代表自适应滤波器的长度,  $M$  代表 APSA 算法的投影阶数,  $k$  代表本文所提算法的形状参数。

由表 1 可以看出本 DSA 算法只需要设置两种步长及相应的切换门限, 算法实现简单、算法复杂度最低。而 APSA 算法和 VSSA 算法都涉及复杂的向量或矩阵存储及运算, 算法过程较为复杂且计算量较大。

#### 4 仿真实验

为了验证本文所提算法的有效性及其稳健性, 使用 MATLAB 仿真软件对所提算法在无线通信系统的信道估计场景中进行仿真验证。随机产生一个 32 阶的未知无线信道, 使用相同阶数的自适应滤波器对未知无线信道的参数进行估计。系统输入信号  $x$  是均值为 0、方差为 1 的随机信号, 环境噪声是服从 Alpha 分布  $x \sim S(1.2, 0, 0.1, 0)$  或  $x \sim S(2, 0, 0.1, 0)$  的随机噪声序列。为了衡量算法估计结果与未知信道实际参数的偏差, 定义归一化均方偏差(normalized mean square deviation, NMSD)来衡量算法的收敛性能:

$$\text{NMSD} \triangleq 10 \lg \left( \frac{E \left[ (W_n - W_*)^T (W_n - W_*) \right]}{W_*^T W_*} \right) \quad (17)$$

为了得到可靠的实验结果, 每次实验进行 50 次蒙特卡罗仿真模拟并取其均值作为最终

的仿真结果。

首先研究不同参数对算法性能的影响。本文第 3 节介绍了所提算法中包含的 3 个自由参数, 即形状参数  $k$ 、比例参数  $\lambda$  以及平滑因子  $\theta$  在算法中的作用, 这里将通过仿真实验研究不同参数对自适应滤波器性能的实际影响。为了对比不同参数取值对算法性能的影响, 在固定两个参数的取值的情况下改变另一个参数的取值以观察其对算法性能曲线的影响。本次仿真的环境噪声是服从 Alpha 分布  $x \sim S(1.2, 0, 0.1, 0)$  随机噪声序列, 仿真结果取 50 次蒙特卡罗仿真模拟的均值。图 4(a) 是不同形状参数对算法性能的影响, 仿真实验中比例参数设置为  $\lambda=10$ , 平滑因子设置为  $\theta=0.995$ 。由图 4(a) 中归一化均方偏差的收敛曲线可以看出, 算法的稳态收敛误差随着形状参数  $k$  的增大而减小, 但当形状参数增长到一定程度后算法稳态收敛误差减小不明显且算法收敛速度变慢。图 4(b) 及图 4(c) 中不同比例参数  $\lambda$  及平滑因子  $\theta$  对算法收敛性曲线也展示出类似的影响。

最后, 为了验证所提算法的有效性, 将所提算法与经典的 SA、DSA 以及近些年提出的 APSA 及 VSSA 在 Alpha 稳定分布噪声及高斯噪声环境中的收敛性能进行对比。自适应滤波算法的收敛性能包括收敛速度及稳态精度两个方面, 为了保证仿真实验比较的公平性, 对比不同算法收敛到相同稳态精度时的收敛速度。不同算法在不同噪声

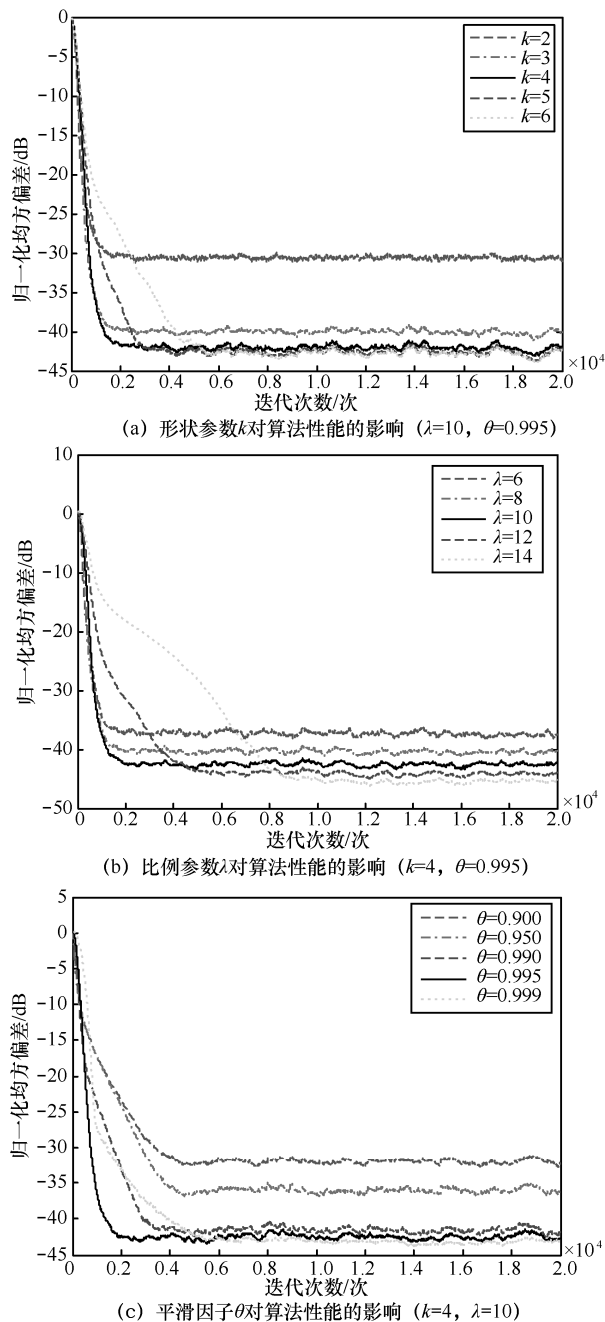


图4 不同参数对算法收敛性能的影响

环境中的参数设置见表2,为了保证所有算法收敛到相同的收敛精度,按照表2中参数设置进行50次的蒙特卡罗实验并取其均值,得到如图5(a)所示的仿真结果。

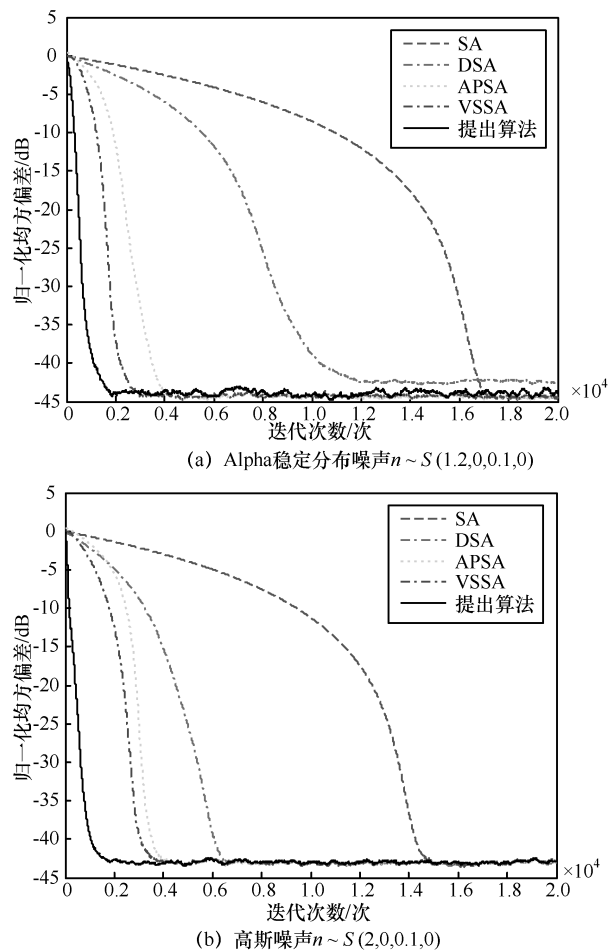


图5 不同算法收敛性能的比较

由图5(a)可以看出,相比于其他算法,所提算法在Alpha稳定分布噪声中能够以较快的收敛速度达到相同的收敛精度。此外,由图5(b)

表2 各种算法复杂仿真参数设置

| 算法                   | Alpha 稳定分布噪声 $n \sim S(1.2, 0, 0.1, 0)$               | 高斯噪声 $n \sim S(2, 0, 0.1, 0)$                         |
|----------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| SA <sup>[17]</sup>   | $\mu=0.000\ 5$                                        | $\mu=0.000\ 5$                                        |
| DSA <sup>[18]</sup>  | $\mu_1=0.001$ 、 $\mu_2=0.000\ 1$                      | $\mu_1=0.001\ 5$ 、 $\mu_2=0.000\ 5$                   |
| APSA <sup>[19]</sup> | $\mu=0.004$ 、 $M=10$                                  | $\mu=0.004$ 、 $M=10$                                  |
| VSSA <sup>[20]</sup> | $\theta=0.995$ 、 $\varphi=0.99$ 、 $\gamma_s=0.000\ 1$ | $\theta=0.99$ 、 $\varphi=0.99$ 、 $\gamma_s=0.000\ 04$ |
| 提出的算法                | $k=4$ 、 $\lambda=10$ 、 $\theta=0.995$                 | $k=3$ 、 $\lambda=5$ 、 $\theta=0.99$                   |

可以看出,所提算法在高斯噪声环境中也能够以较快的收敛速度达到较高的收敛精度,且能够达到比 Alpha 稳定分布噪声中更快的收敛速度。

## 5 结束语

为了抑制冲击噪声对 OFDM 系统中信道估计的不利影响,本文提出一种快速收敛、低复杂度的基于稳健自适应滤波的信道估计算法。为了提高算法的收敛速度、减小导频信号的数量及算法复杂度,本文提出了采用估计误差绝对值的韦伯分布函数动态地调整自适应滤波算法步长的低复杂度变步长符号算法。通过与几种已有算法的复杂度分析及收敛性能仿真比较可以看出,本文所提出的变步长符号算法具有较低的算法复杂度且能够以更快的收敛速度收敛到相同的估计误差。应当注意到,不同参数组合对本文所提基于韦伯分布函数的变步长符号算法收敛性能具有较大影响。因此,如何根据实际应用场景选择合适的参数是下一步研究的重点内容。

## 参考文献:

- [1] 沈洁. 第 5 代移动通信系统展望[J]. 电信科学, 2013, 29(9): 98-101.  
SHEN J. Prospect of the fifth-generation mobile communication system[J]. Telecommunications Science, 2013, 29(9): 98-101.
- [2] 刘磊. OFDM 系统中基于循环结构的参数估计方法[D]. 南京: 东南大学, 2016.  
LIU L. Research on parameter estimation based on cyclic prefix in OFDM systems[D]. Nanjing: Southeast University, 2016.
- [3] 熊鑫. 大规模 MIMO 与 OFDM 无线通信信道信息获取理论方法研究[D]. 南京: 东南大学, 2017.  
XIONG X. Channel estimation for massive MIMO and OFDM wireless communication systems[D]. Nanjing: Southeast University, 2017.
- [4] 刘顺兰, 汪佳丽. 快时变 OFDM 系统中非采样间隔信道的信道估计[J]. 电信科学, 2015, 31(9): 112-117.  
LIU S L, WANG J L. New channel estimation algorithm for non-sample-spaced channels in fast time-varying OFDM system[J]. Telecommunications Science, 2015, 31(9): 112-117.
- [5] 赖晓阳, 朵琳. OFDM 系统中一种实用的干扰抑制信道估计算法[J]. 电信科学, 2016, 32(1): 88-92.  
LAI X Y, DOU L. Utility channel estimation algorithm with interference suppression in OFDM system[J]. Telecommunications Science, 2016, 32(1): 88-92.
- [6] JANJAAP V D B, EDFORS O, SANDELL M, et al. On channel estimation in OFDM systems[C]// Vehicular Technology Conference, July 25-28, 1995, Chicago, USA. Piscataway: IEEE Press, 1995: 815-819.
- [7] SCHAFHUBER D, MATZ G, HLAWATSCH F, et al. MMSE estimation of time-varying channels for DVB-T systems with strong co-channel interference[C]//Signal Processing Conference, September 4-8, 2002, Antalya, Turkey. Piscataway: IEEE Press, 2002: 1-4.
- [8] EDFORS O, SANDELL M, JAN-JAAP V D B, et al. OFDM channel estimation by singular value decomposition[J]. IEEE Transactions on Communications, 1996, 46(1): 931-939.
- [9] KANG Y, KIM K, PARK H. Efficient DFT-based channel estimation for OFDM systems on multipath channels[J]. Communications IET, 2007, 1(2): 197-202.
- [10] YEH Y H, CHEN S G. DCT-based channel estimation for OFDM systems[C]//IEEE International Conference on Communications, June 20-24, 2004, Paris, France. Piscataway: IEEE Press, 2004: 2442-2446.
- [11] 梁永明, 罗汉文, 黄建国. MIMO-OFDM 系统中一种基于自适应滤波的信道估计方法[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(2): 310-313.  
LIANG Y M, LUO H W, HUANG J G. A method of channel estimation based on adaptive filtering in MIMO-OFDM systems[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(2): 310-313.
- [12] GUI G, XU L, ADACHI F. Normalized least mean square-based adaptive sparse filtering algorithms for estimating multiple-input multiple-output channels[J]. Wireless Communications & Mobile Computing, 2015, 15(6): 1079-1088.
- [13] 曲桦, 杨跃, 赵季红, 等. 顽健变步长符号算法在稀疏信道估计中的应用[J]. 北京邮电大学学报, 2017, 40(3): 110-113, 120.  
QU H, YANG Y, ZHAO J H, et al. Application of robust variable step-size sign algorithm in sparse channel estimation[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecom, 2017, 40(3): 110-113, 120.
- [14] 李明富, 廖勇, 沈轩帆. 基于扩展卡尔曼滤波的 MIMO 迭代信道估计方法[J]. 电信科学, 2017, 33(9): 100-107.  
LI M F, LIAO Y, SHEN X F. MIMO iterative channel estimation based on extended Kalman filter[J]. Telecommunications Science, 2017, 33(9): 100-107.
- [15] TSIHRINTZIS G A, NIKIAS C L. Incoherent receivers in alpha-stable impulsive noise[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 43(9): 2225-2229.
- [16] PARK J, SHEVLYAKOV G, KIM K. Maximin distributed detection in the presence of impulsive alpha-stable noise[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 10(6): 1687-1691.
- [17] SHAO M, NIKIAS C L. Signal processing with fractional lower order moments: stable processes and their applications[J]. Pro-



- ceedings of the IEEE, 1993, 81(7): 986-1010.
- [18] KWONG C. Dual sign algorithm for adaptive filtering[J]. IEEE Transactions on Communications, 1986, 34(12): 1272-1275.
- [19] SHAO T, ZHENG Y R, BENESTY J. An affine projection sign algorithm robust against impulsive interferences[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(4): 327-330.
- [20] LI Y P, LEE T S, WU B F. A variable step-size sign algorithm for channel estimation[J]. Signal Processing, 2014(102): 304-312.
- [21] YOO J W, SHIN J, PARK P G. Variable step-size sign algorithm against impulsive noises[J]. Signal Processing Letters, 2015, 9(6): 506-510.
- [22] LINDE W. Stable non-Gaussian random processes: stochastic models with infinite variance [J]. Bulletin of the London Mathematical Society, 1995, 28(430).

## [作者简介]



张瑞（1984-），女，浙江树人大学信息科技学院讲师，主要研究方向为信号处理、嵌入式系统应用。



史故臣（1983-），男，杭州中威电子股份有限公司研发总监、研发部门副总经理，主要研究方向为有线、无线通信系统以及高清视频图像处理。



刘半藤（1984-），男，博士，浙江树人大学信息科技学院副教授，主要研究方向为无损检测技术、异源数据融合技术。



陈友荣（1982-），男，博士，浙江树人大学信息科技学院副教授，常州大学信息科学与工程学院硕士生导师，主要研究方向为无线传感网、物联网。